Для решения поставленной задачи отклонения кончика и угол отклонения будем рассчитывать по формулам [27]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |
|  | (4) |

где:

текущая итерация моделирования;

смещение кончика иглы, на текущем шаге времени;

сила, действующая на кончик иглы при ее движении;

осевой момент инерции;

длина иглы, находящаяся в тканях человека;

время;

модуль Юнга;

угол смещения.

В данном случае осевой момент вычисляется по формуле:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

где:

толщина стенки иглы;

диаметр среднего сечения иглы (показан на рисунке 17).

В данном случае игла представляется в виде консольной балки с жесткой заделкой, с одной стороны. Местом закрепления будем считать место прокола. Тогда получается, что с ростом времени длина балки будет увеличиваться. Таким образом, при каждом шаге по времени будет рассчитываться новое отклонение.

Размер элементарных клеток (молекул) во много раз меньше, чем габаритные размеры иглы. Скорость перемещения иглы в среде достаточно низкая, а плотность среды достаточно высокая по сравнению с воздухом. Исходя из этого, для моделирования внешней силы *F* при перемещении иглы в тканях человека можно использовать силу лобового сопротивления

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

где:

коэффициент сопротивления;

плотность;

скорость перемещения иглы;

характерная площадь тела, , где объем тела [26].

В таблице 3 приведены параметры, которые будут использованы при расчетах.

Таблица 3

Параметры для расчетов

|  |  |
| --- | --- |
| Наименование параметра | Значение |
| диаметр иглы внешний, м | 0,001 |
| диаметр иглы внутренний, м | 0,0008 |
| модуль Юнга, н/м2 | 2,0•1011 |
| плотность, кг/м3 | 900 – 1500 |
| скорость перемещения иглы, м/с | 0,003 – 0,03 |
| коэффициент сопротивления формы | 0,82 |
| максимальная длина иглы, м | 0,1 |

Для расчета смещения иглы по выражениям (3) и (4) необходимо учитывать проекцию силы *F* на ось *Oy.*



Рисунок 18 - Схема приложенной силы воздействия среды

На рисунке 18 показана схема приложенной силы, которую создает среда при движении иглы

|  |  |
| --- | --- |
|  | (7) |

где:

проекция на ось *Oy* силы, действующей на кончик иглы при ее движении.

В данной постановке задачи по предложенным выражениям (3), (4), (6), (7) будем рассчитывать отклонение итерационно, суммируя его с предыдущими шагами. Тем самым будет сохраняться отклонение на каждом шаге моделирования:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (8) |

где:

текущая итерация моделирования;

суммарное отклонение иглы при ее движении в тканях человека;

отклонение иглы на текущем шаге времени.

Для двухмерной модели исходя их результатов моделирования с постоянным коэффициентом, взятым из справочника, мы можем увидеть, что есть достаточно большие погрешности. Исходя из этого можно представить данный коэффициент в виде некоторой функции, которая бы обеспечивала минимальные ошибки при моделировании. Исходя из кривизны графика построенным по экспериментальным результатам можно представить коэффициенты в следующем виде:

(16)

(17)

(18)

Далее с помощью данных коэффициентов будет проведено моделирование и сравнены результаты с экспериментальными данными.

**Моделирование для не адоптированных коэффициентов.**

Таблица 10

Данные модели и эксперимента

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Линейная скорость мм/с | Величина отклонения кончика иглы, мм | |
| Эксперимент | Модель |
| 3 | 0,1 | 0,037 |
| 6 | 0,16 | 0,146 |
| 9 | 0,24 | 0,329 |
| 12 | 0,39 | 0,585 |
| 15 | 0,62 | 0,915 |
| 18 | 0,93 | 1,317 |
| 21 | 1,44 | 1,793 |
| 24 | 2,2 | 2,342 |
| 27 | 3,3 | 2,964 |
| 30 | 4,94 | 3,659 |

Рисунок 34 - Графики зависимости отклонения кончика иглы от скорости, 1 – результаты эксперимента, 2 – результаты моделирования

Из графика на рисунке 34 можно сделать вывод, что экспериментальная зависимость отклонения иглы имеет большую нелинейность, чем расчетная.

Результаты моделирования с коэффициентом, представленным в виде функции скорости

В таблице 13 приведены результаты эксперимента и моделирования с использованием выражений 16, 17, 18.

Таблица 13

Результаты эксперимента и моделирования

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Линейная скорость,  мм/с | Величина отклонения кончика иглы, мм | | | |
| Эксперимент | Выражение 16 | Выражение 17 | Выражение 18 |
| 3 | 0,1 | 0,0005 | 0,0045 | 0,0005 |
| 6 | 0,16 | 0,0081 | 0,0362 | 0,0086 |
| 9 | 0,24 | 0,0414 | 0,1226 | 0,0432 |
| 12 | 0,39 | 0,1311 | 0,2914 | 0,1351 |
| 15 | 0,62 | 0,321 | 0,5708 | 0,3267 |
| 18 | 0,93 | 0,6674 | 0,9888 | 0,6708 |
| 21 | 1,44 | 1,2399 | 1,5745 | 1,2315 |
| 24 | 2,2 | 2,121 | 2,3566 | 2,0827 |
| 27 | 3,3 | 3,4066 | 3,3646 | 3,3085 |
| 30 | 4,94 | 5,2107 | 4,6318 | 5,007 |

На рисунке 37 представлены результаты моделирования с использованием коэффициента (16).

Рисунок 37 - Графики зависимости отклонения кончика иглы от скорости, 1 – результаты эксперимента, 2 – результаты моделирования

Из рисунка 37 видно, что отклонение значительно меньше по сравнению с результатами моделирования на графике 34. Далее на рисунках 38, 39 будут представлены графики с результатами моделирования при использовании выражений 18 и 19 соответственно.

Рисунок 38 - Графики зависимости отклонения кончика иглы от скорости, 1 – результаты эксперимента, 2 – результаты моделирования

Рисунок 39 - Графики зависимости отклонения кончика иглы от скорости, 1 – результаты эксперимента, 2 – результаты моделирования

В таблице 14 и графике 40 приведены результаты рассчитанных ошибок моделей с использованием выражений 16, 17, 18.

Таблица 14

Результаты эксперимента и моделирования

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Линейная скорость,  мм/с | Величина ошибки моделирования, мм | | |
| Выражение 16 | Выражение 17 | Выражение 18 |
| 3 | 0,0995 | 0,0955 | 0,0995 |
| 6 | 0,1519 | 0,1238 | 0,1514 |
| 9 | 0,1986 | 0,1174 | 0,1968 |
| 12 | 0,2589 | 0,0986 | 0,2549 |
| 15 | 0,299 | 0,0492 | 0,2933 |
| 18 | 0,2626 | -0,059 | 0,2592 |
| 21 | 0,2001 | -0,135 | 0,2085 |
| 24 | 0,079 | -0,157 | 0,1173 |
| 27 | -0,107 | -0,065 | -0,009 |
| 30 | -0,271 | 0,3082 | -0,067 |

Рисунок 40 – Графики ошибок моделирования, 1 – моделирование с использованием выражения 16, 2 – моделирование с использованием выражения 17, 3 – моделирование с использованием выражения 18

Исходя из графиков 37, 38, 39 можно увидеть, что использование коэффициента, который зависит от скорости внедрения иглы на много эффективнее, чем использование неизменяемого коэффициента из справочного материала.

Из графика 40 видно, что при использовании выражение 16, 17, 18 при моделировании погрешности моделирования в основном не превышают значения 0,3 мм.